



“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材

地理信息系统教程

Dili Xinxi Xitong Jiaocheng

(第二版)

主编: 汤国安



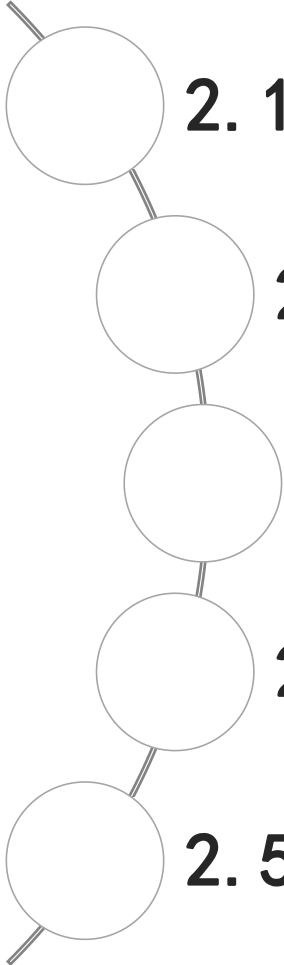
编著: 汤国安 刘学军 闫国年
盛业华 王 春 张海平

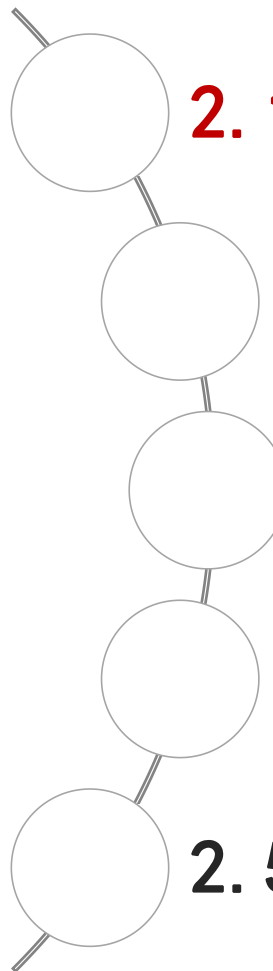
高等教育出版社



第二章：地理空间数学基础

本讲大纲

- 
- 2.1 地球空间参考
 - 2.2 空间数据投影
 - 2.3 空间坐标转换
 - 2.4 空间尺度
 - 2.5 地理格网

- 
- 2.1 地球空间参考**
 - 2.2 空间数据投影
 - 2.3 空间坐标转换
 - 2.4 空间尺度
 - 2.5 地理格网

2.1 地球空间参考

当前大纲

2.1.1 地球形状与地球椭球

2.1.2 坐标系统

2.1.3 高程基准

2.1 地球空间参考

2.1.1 地球形状与地球椭球

□ 地球形状

众所周知，地球是一个近似球体，其自然表面是一个极其复杂的不规则曲面。为了深入研究地理空间，有必要建立地球表面的几何模型。根据大地测量学的研究成果，地球表面几何模型可以分为四类：

- ❖ 地球的自然表面
- ❖ 大地水准面
- ❖ 地球椭球面
- ❖ 数学模型

2.1 地球空间参考

2.1.1 地球形状与地球椭球

- ❑ **地球的自然表面**：是一个起伏不平，十分不规则的表面，包括海洋底部、高山高原在内的固体地球表面；



- ❑ **大地水准面**：假设当海水处于完全静止的平衡状态时，从海平面延伸到所有大陆下部，而与地球重力方向处处正交的一个连续、闭合的水准面；

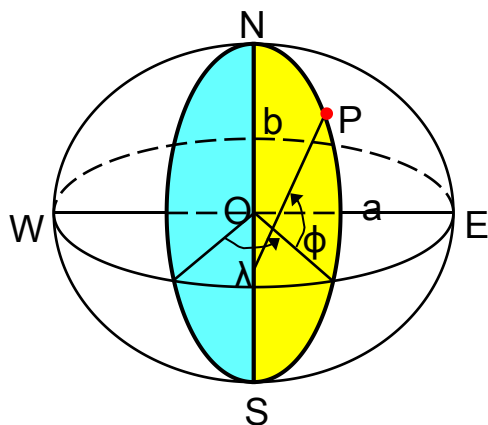
2.1 地球空间参考

2.1.1 地球形状与地球椭球

- ❑ **地球椭球面**：总体上讲，大地体非常接近旋转椭球，而后者的表面是一个规则的数学曲面。一般都选择一个旋转椭球作为地球理想的模型，可用数学公式表达为：

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1$$

式中， a 为长半径，近似等于地球赤道半径； b 为极轴半径。



- ❑ **数学模型**：是在解决其它一些大地测量学问题时提出来的，如类地形面、准大地水准面、静态水平平衡椭球体等。

2.1 地球空间参考

2.1.1 地球形状与地球椭球

□ 椭球定位：确定椭球中心的位置。

a. 地心定位：椭球面与大地水准面全球最佳符合。

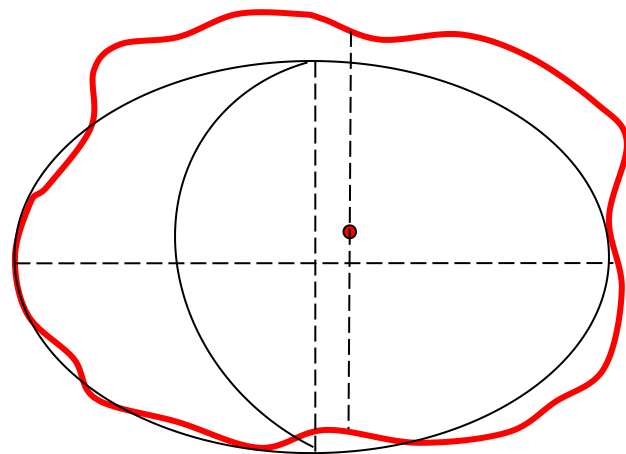
椭球中心与地球质心一致或最为接近。

b. 局部定位：椭球面与大地水准面局部最佳符合。

□ 椭球定向：确定旋转轴和起始子午面的方向。

a. 椭球短轴平行于地球旋转轴；

b. 大地起始子午面平行于天文起始子午面。

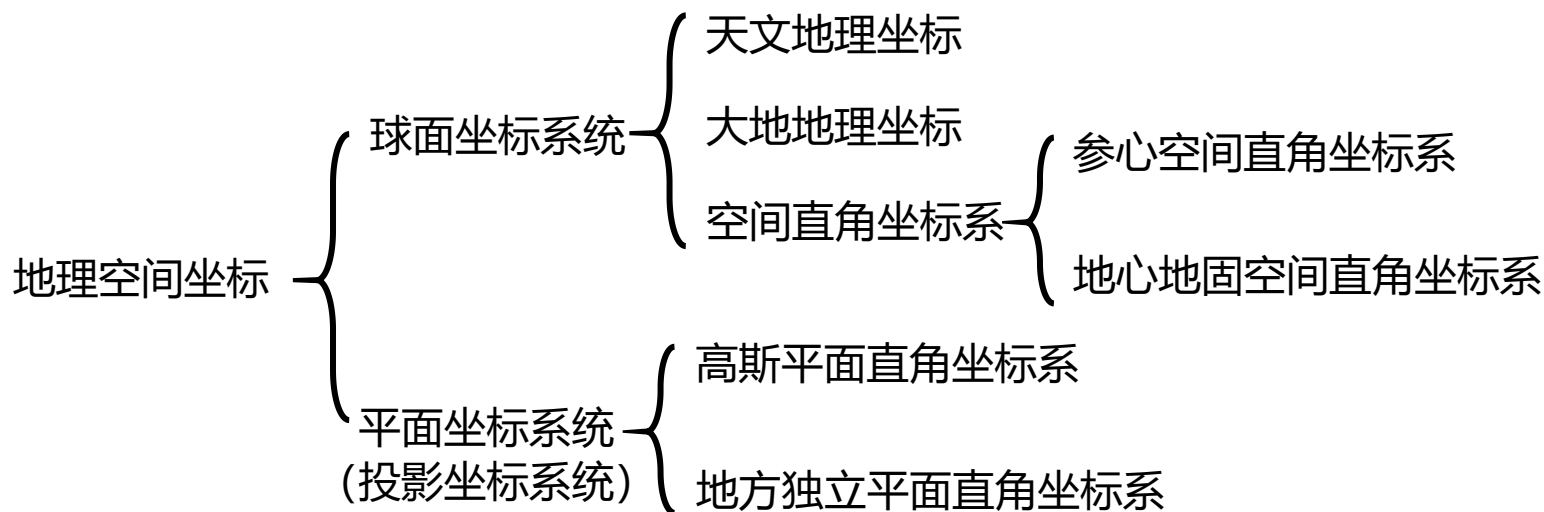


2.1 地球空间参考

2.1.2 坐标系统

□ 坐标系统定义

地理空间坐标系统提供了确定空间位置的参照基准。一般情况，根据表达方式的不同，地理空间坐标系统通常分为球面坐标系统和平面坐标系统（或投影坐标系统）。



2.1 地球空间参考

2.1.3 高程基准

- **高程 (elevation)** 是表示地球上一点至参考基准面的距离，就一点位置而言，它和水平量值一样是不可缺少的。大地水准面、似大地水准面和地球椭球面都是理想的表面。

我国主要高程基准：

- 1956年黄海高程系：

以青岛港验潮站的长期观测资料推算出的黄海平均海平面作为中国的水准基面；

- 1985国家高程基准：

基准面为青岛大港验潮站1952 - 1979年验潮资料确定的黄海平均海面。

2.1 地球空间参考

2.1.3 高程基准

中华人民共和国大地原点，是1980年国家大地坐标系起算点。大地原点位于陕西省泾阳县永乐店北洪流村。

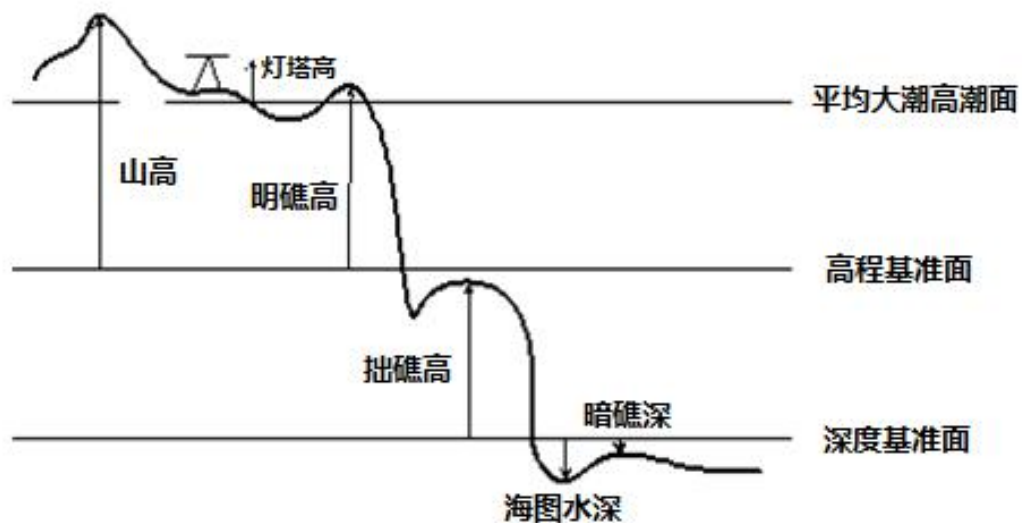
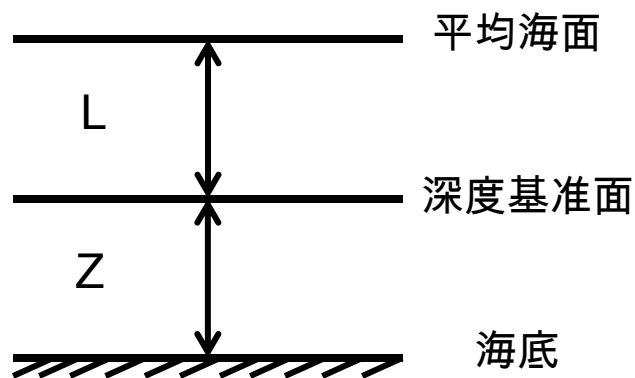


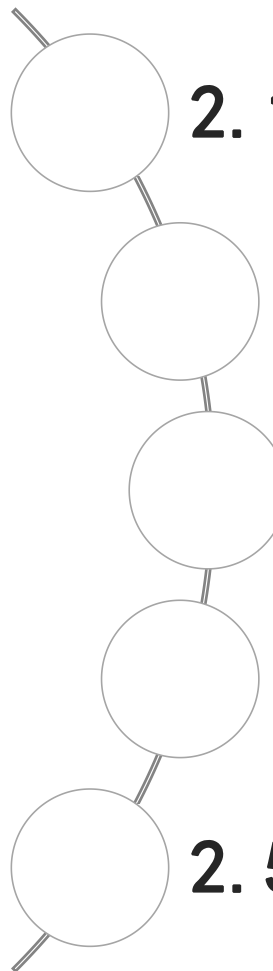
2.1 地球空间参考

2.1.3 高程基准

□ 深度基准

所谓深度基准，是指海图图载水深及其相关要素的起算面。通常取当地平均海面向下一定深度为这样的起算面，即深度基准面。



- 
- 2.1 地球空间参考
 - 2.2 空间数据投影**
 - 2.3 空间坐标转换
 - 2.4 空间尺度
 - 2.5 地理格网

2.2 空间数据投影

当前大纲

2.2.1 地图投影的基本问题

2.2.2 地图投影的分类

2.2.3 常用地图投影概述

2.2.4 地图投影的选择

2.2 空间数据投影

2.2.1 地图投影的基本问题

在数学中，**投影 (Project)** 的含义是指建立两个点集之间一一对应的映射关系。同样，在地图学中，地图投影的实质就是按照一定的数学法则，将地球椭球面上的经纬网转换到平面上，建立地面点位的地理坐标 (B,L) 与地图上相对应的平面直角坐标 (X,Y) 之间一一对应的函数关系。

在数学上讲,地球表面是一种不可能展开的曲面,要把这样一个曲面表现到平面上,就会发生裂隙或褶皱。运用经纬线的“拉伸”或“压缩”实现投影,往往会造成**地图投影的变形**。

2.2 空间数据投影

2.2.1 地图投影的基本问题

□ 长度变形

长度比—地面上微分线段投影后的长度 ds' 与其相应的实地长度 ds 之比。如用符号 μ 表示长度比, 那么

$$\mu = ds' / ds$$

长度变形指长度比与1之差值。如用符号 $V\mu$ 表示长度变形, 则:

$$V\mu = \mu - 1$$

$V\mu = 0$, 投影后长度没有变形; $V\mu < 0$, 投影后长度缩小; $V\mu > 0$, 投影后长度增加。

2.2 空间数据投影

2.2.1 地图投影的基本问题

□ 面积变形

面积比指地面上微分面积投影后的大小 dF' 与其相应的实地面积 dF 的比称为面积比，通常用符号 P 表示，即

$$P = dF' / dF$$

面积变形指面积比与1的差值。用符号 V_p 表示，那么

$$V_p = P - 1$$

$V_p = 0$ ，投影后面积没有变形； $V_p < 0$ ，投影后面积缩小； $V_p > 0$ ，投影后面积增加。

2.2 空间数据投影

2.2.1 地图投影的基本问题

□ 角度变形

地面上某一角度投影后的角值 β' 与其实实际的角值 β 之差。即 $\beta' - \beta$ 。在一定点上，方位角的变形随不同的方向而变化，所以一点上不同方向的角度变形是不同的。投影中，一定点上的角度变形的大小是用其最大值来衡量的，称最大角度变形，通常用符号 ω 表示。

$$\sin \frac{\omega}{2} = \frac{a - b}{a + b}$$

$\omega=0$,投影后角度没有变形; $\omega<0$, 投影后角度缩小; $\omega>0$, 投影后角度增大。

2.2 空间数据投影

2.2.2 地图投影的分类

地图投影的种类繁多，通常采用以下两种分类方法：

1.按地图投影的构成方法可分为：几何投影和非几何投影。

几何投影是把椭球面上的经纬线网投影到几何面上，然后将面展平面得到。

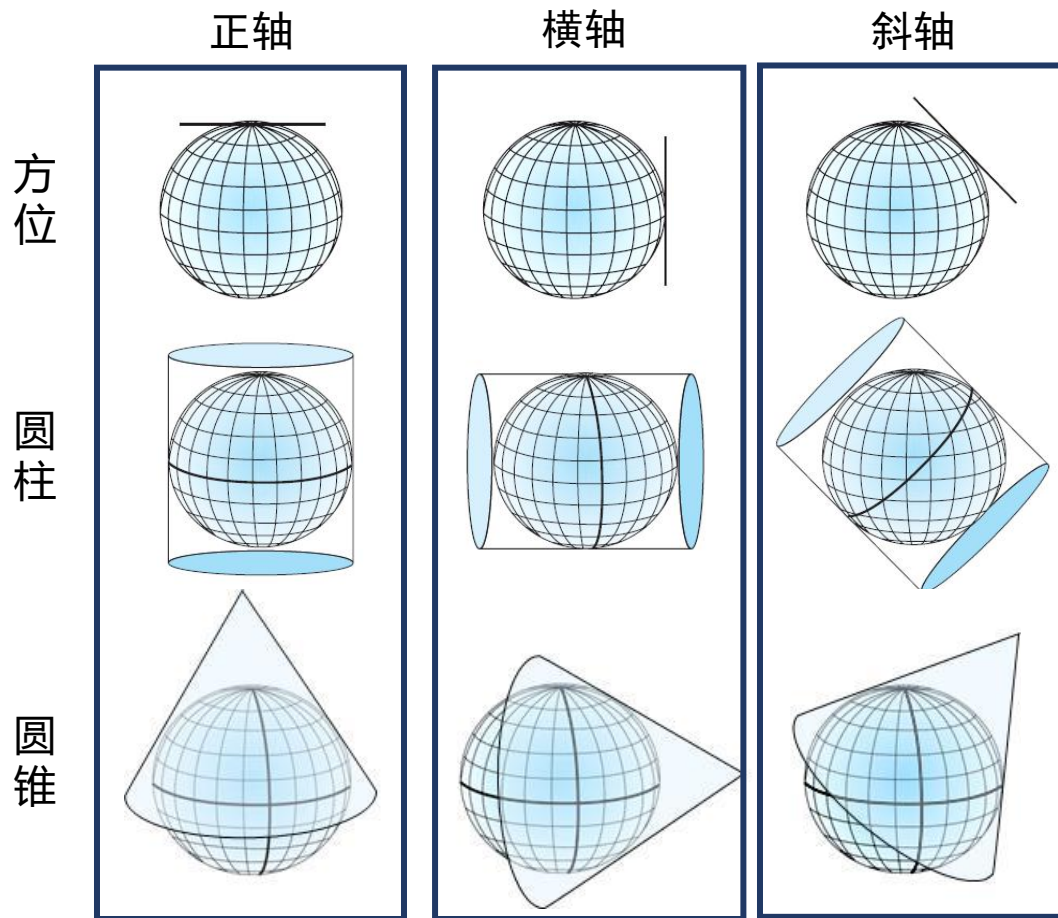
(1) 按辅助投影面的类型划分：**方位投影、圆柱投影、圆锥投影**

(2) 按投影面与地球自转轴间的方位关系划分：**正轴投影、横轴投影、斜轴投影**

(3) 按投影面与地球的位置关系划分：**割投影、切投影。**

2.2 空间数据投影

2.2.2 地图投影的分类



2.2 空间数据投影

2.2.2 地图投影的分类

非几何投影是不借助几何面，根据某些条件用数学解析法确定球面与平面之间点与点的函数关系。在这类投影中，一般按经纬线形状分为下述几类：

- (1) 伪方位投影：纬线为同心圆，中央经线为直线，其余的经线均为对称于中央经线的曲线，且相交于纬线的共同圆心。
- (2) 伪圆柱投影：纬线为平行直线，中央经线为直线，其余的经线均为对称于中央经线的曲线。
- (3) 伪圆锥投影：纬线为同心圆弧，中央经线为直线，其余经线均为对称于中央经线的曲线。
- (4) 多圆锥投影：纬线为同周圆弧，其圆心均位于中央经线上，中央经线为直线，其余的经线均为对称于中央经线的曲线。

2.2 空间数据投影

2.2.2 地图投影的分类

2.按投影变形性质分类可以分为：

- (1) 等角投影：投影前后对应的微分面积保持图形相似，又称作正形投影。
- (2) 等面积投影：在投影平面上任意一块面积与椭球面上相应的面积相等，面积变形等于零。
- (3) 任意投影和等距投影：任意投影，长度、面积和角度都有变形，它既不等角又不等面积，可能还存在长度变形。等距投影的面积变形小于等角投影，角度变形小于等面积投影。

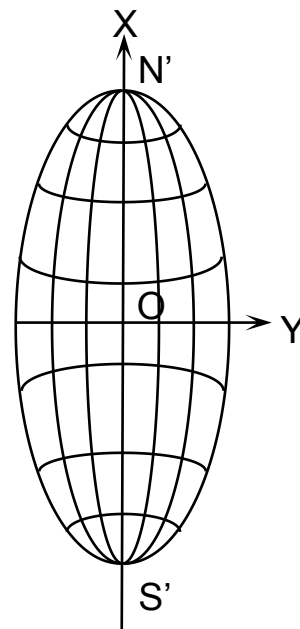
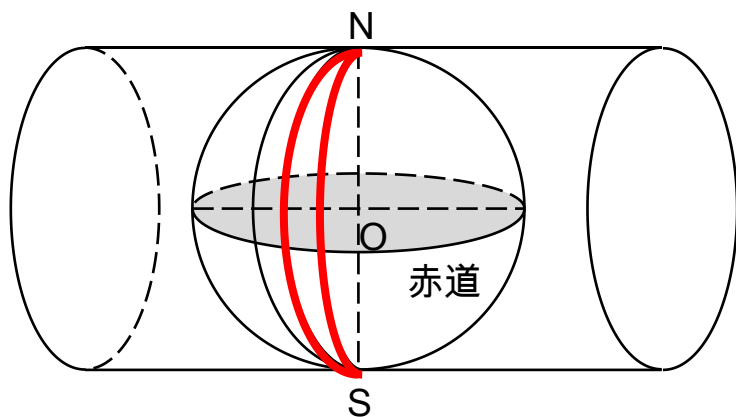
圆锥投影、方位投影、圆柱投影均可按其变形性质分为等角投影、等面积投影和任意投影。伪圆锥和伪圆柱投影中有等面积投影和任意投影，而都以等面积投影较多。

2.2 空间数据投影

2.2.3 常用地图投影概述

□ 高斯-克吕格投影

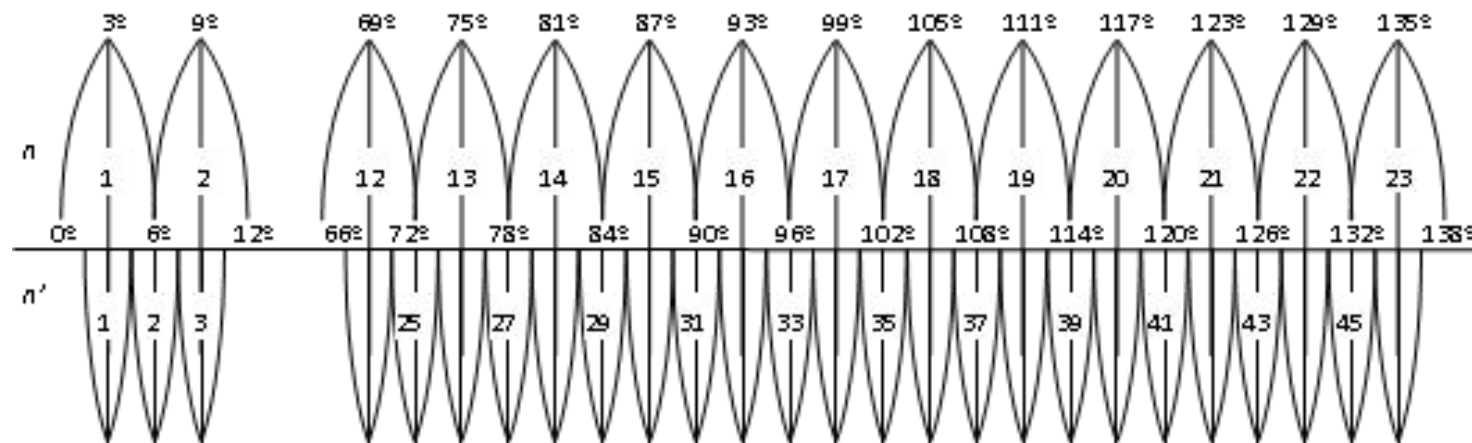
高斯投影的中央经线和赤道为互相垂直的直线，其他经线均为凹向，并对称于中央经线的曲线，其他纬线均是以赤道为对称轴的向两极弯曲的曲线，经纬线成直角相交。



2.2 空间数据投影

2.2.3 常用地图投影概述

我国规定1:1万、1:2.5万、1:5万、1:10万、1:25万、1:50万比例尺地形图，均采用高斯投影。1:2.5至1:50万比例尺地形图采用经差6°分带，1:1万比例尺地形图采用经差3°分带。



2.2 空间数据投影

2.2.3 常用地图投影概述

□ 通用横轴墨卡托投影 (UTM)

UTM投影是一种横割圆柱等角投影，圆柱面在 84°N 和 84°S 处与椭球体相割，它与高斯—克吕格投影十分相似，也采用在地球表面按经度每 6° 分带。其带号是自西经 180° 由西向东每隔 6° 一个编号。

□ 兰勃特等角投影

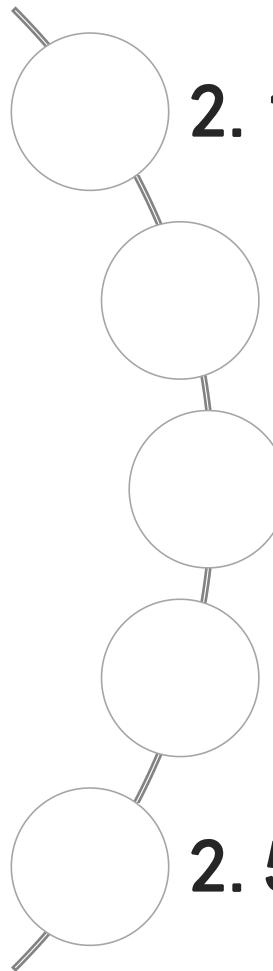
在双标准纬线下是“正轴等角割圆锥投影”。设想用一个正圆锥割于球面两标准纬线，应用等角条件将地球面投影到圆锥面上，然后沿一母线展开，即为兰勃特投影平面。墨卡托(Mercator)投影是它的一个特例。

2.2 空间数据投影

2.2.4 地图投影的选择

选择制图投影时，主要考虑以下因素：制图区域的范围、形状和地理位置，地图的用途、出版方式及其他特殊要求等。其中**制图区域的范围、形状和地理位置**是主要因素。

- 对于世界地图，常用的主要是正圆柱、伪圆柱和多圆锥投影。
- 对于半球地图，东、西半球图常选用横轴方位投影；南、北半球图常选用正轴方位投影；水、陆半球图一般选用斜轴方位投影。
- 对于其他的中、小范围的投影选择，须考虑到它的轮廓形状和地理位置，最好是使等变形线与制图区域的轮廓形状基本一致，以便减少图上变形。

- 
- 2.1 地球空间参考
 - 2.2 空间数据投影
 - 2.3 空间坐标转换**
 - 2.4 空间尺度
 - 2.5 地理格网

2.3 空间坐标转换

当前大纲

2.3.1 空间坐标转换基本概念

2.3.2 空间直角坐标的转换

2.3.3 投影解析转换

2.3.4 数值—拟合转换

2.3 空间坐标转换

2.3.1 空间坐标转换基本概念

空间坐标转换是把空间数据从一种空间参考系映射到另一种空间参考系中。空间转换有时也称投影变换。投影变换是地图制图的理论基础，主要用来解决换带计算、地图转绘、图层叠加、数据集成等问题。

两个层面的解释：

- **投影的转换**：在完成地理坐标值转换的同时，必须完成空间参考框架信息（包括参考椭球、大地基准面以及投影规则）的精确转换。
- **单纯坐标值的变换**：只需要把空间数据的坐标值从一种空间参考系映射到另一种空间参考系中，转换后的空间参考系信息直接采用目标空间参考系信息。

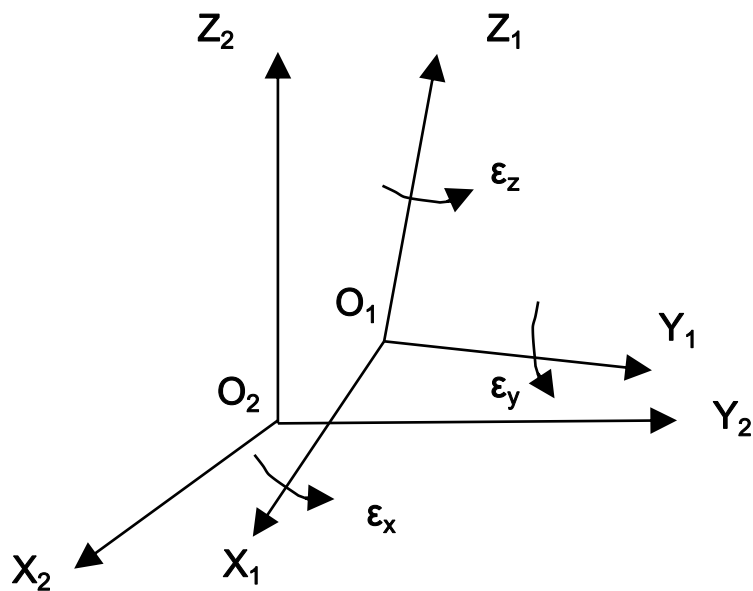
2.3 空间坐标转换

2.3.2 空间直角坐标的转换

七参数坐标转换模型

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & \varepsilon_z & \varepsilon_y \\ -\varepsilon_z & 1 & \varepsilon_x \\ \varepsilon_y & -\varepsilon_x & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{bmatrix} + m \begin{bmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{bmatrix}$$

其中 ΔX 、 ΔY 、 ΔZ 为两空间直角坐标系坐标原点的平移参数， ε_x 、 ε_y 、 ε_z 分别表示绕X轴、Y轴、Z轴旋转的角度， m 为尺度变化参数。



2.3 空间坐标转换

2.3.3 投影解析转换

□ 同一地理坐标基准下的坐标变换

如果参与转换空间参考系的投影公式，

(1) 存在精确解析关系式：直接进行坐标换算；

(2) 不存在精确解析关系式：采用间接变换，即先将一种投影的平面坐标换算为球面大地坐标，然后再对球面大地坐标计算出另一种投影下的平面坐标，从而实现两种投影坐标间的变换。

2.3 空间坐标转换

2.3.3 投影解析转换

□ 不同地理坐标基准下的坐标变换

主要包括：地理坐标基准的变换；坐标值的变换。

实现整个坐标转换的基本过程为（以WGS 84坐标和1980西安坐标的转换为例）：

- $(B, L)_{84}$ 转换为 $(X, Y, Z)_{84}$ ，即空间大地坐标到空间直角坐标的转换；
- $(X, Y, Z)_{84}$ 转换为 $(X, Y, Z)_{80}$ ，坐标基准的转换，即参考椭球转换。该过程可以通过七参数或简化三参数法实现；
- $(X, Y, Z)_{80}$ 转换为 $(B, L)_{80}$ ，把空间直角坐标到空间大地坐标的转换；
- $(B, L)_{80}$ 转换为 $(x, y)_{80}$ ，通过高斯 - 克吕格投影公式计算出高斯平面坐标值。

2.3 空间坐标转换

2.3.4 数值拟合转换

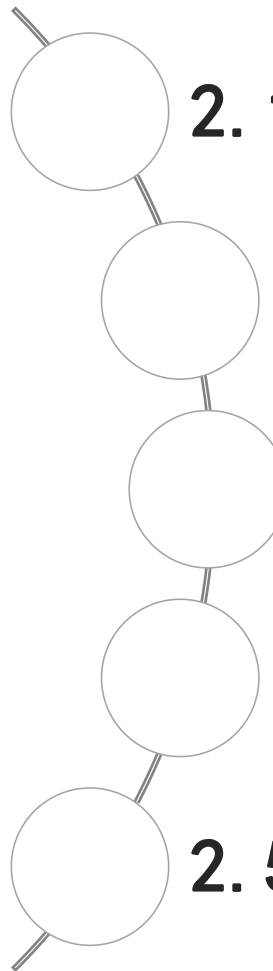
若无法获取参与坐标转换的空间参考的投影信息，可以采用单纯数值变换的方法实现坐标变换。

□ 多项式拟合变换

根据两种投影在变换区内的已知坐标的若干同名控制点，采用插值法，或有限差分法、有限元法、待定系数最小二乘法，实现两种投影坐标之间的变换。

□ 数值—解析变换

先采用多项式逼近的方法确定原投影的地理坐标，然后将所确定的地理坐标代入新投影与地理坐标之间的解析式中，求得新投影的坐标，从而实现两种投影之间的变换。

- 
- 2.1 地球空间参考
 - 2.2 空间数据投影
 - 2.3 空间坐标转换
 - 2.4 空间尺度**
 - 2.5 地理格网

2.4 空间尺度

当前大纲

2.4.1 空间尺度定义

2.4.2 观测尺度和比例尺

2.4.3 分辨率

2.4.4 操作尺度

2.4 空间尺度

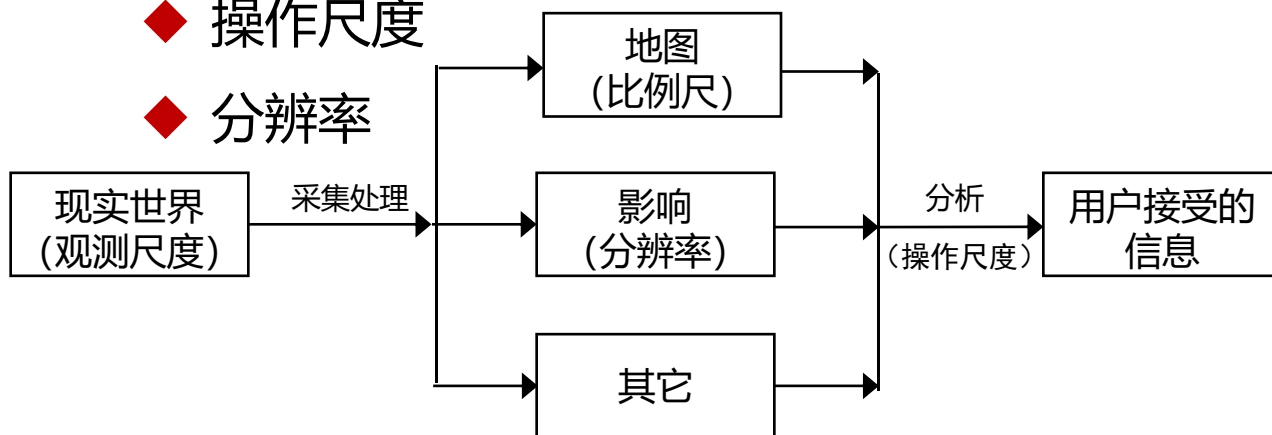
2.4.1 空间尺度定义

尺度

在概念上是指研究者选择观察（测）世界的窗口。

在进行空间分析时，从获取信息到数据处理、分析往往会涉及到四种尺度问题：

- ◆ 观测尺度
- ◆ 比例尺
- ◆ 操作尺度
- ◆ 分辨率



2.4 空间尺度

2.4.2 观测尺度和比例尺

□ 观测尺度

是指研究的区域大小或空间范围。认识或观察地理空间观察及其变化时一般需要更大的范围，即大尺度（地理尺度）研究覆盖范围较大区域。

□ 比例尺

把地球表面多维的景物和现象描写在二维有限的平面图纸上：
当制图区域比较小时，地图比例尺指图上长度与地面之间的长度比例；
当制图区域相当大时，地图比例尺指在进行地图投影时，对地球半径缩小的比率。

传统地图比例尺的表现形式：数字式；文字式；图解式。

2.4 空间尺度

2.4.3 分辨率

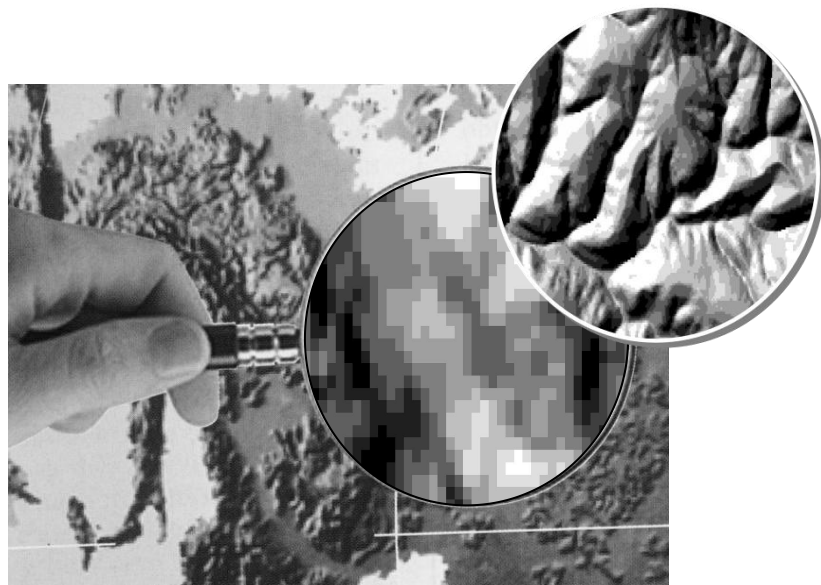
❑ 图像分辨率

表示景物信息的详细程度。常分为：

- ❖ 光谱分辨率
- ❖ 时间分辨率
- ❖ 空间分辨率

❑ 地面像元分辨率

遥感仪器所能分辨的最小地面物体大小。

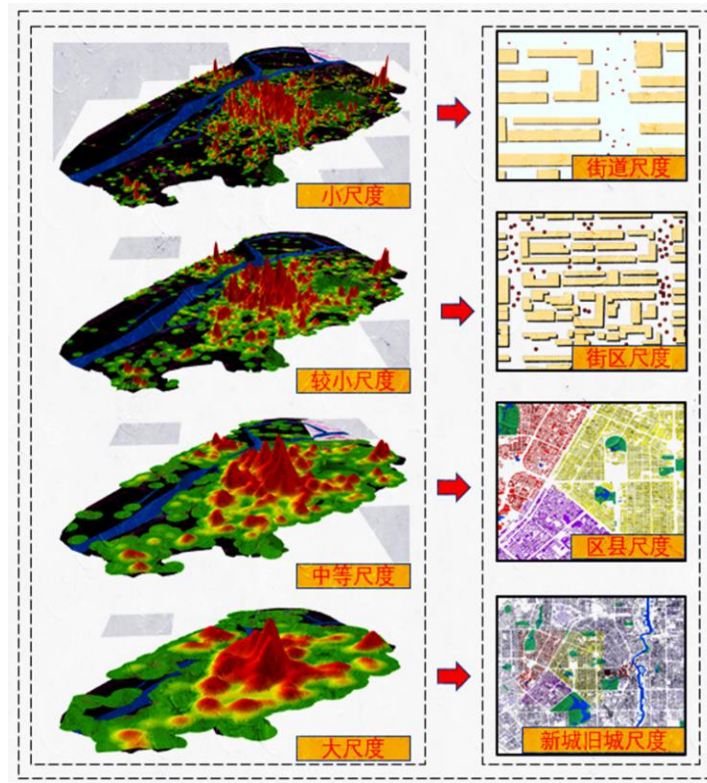


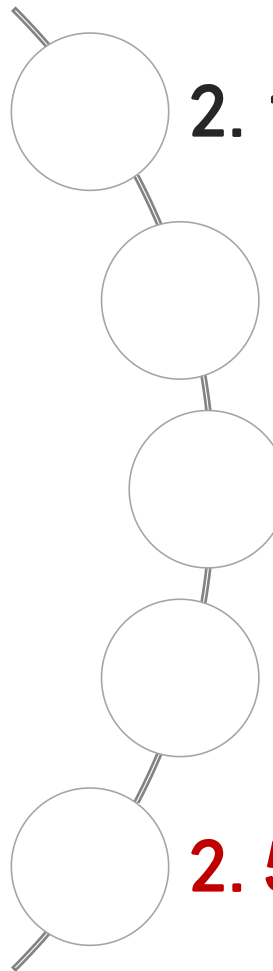
2.4 空间尺度

2.4.4 操作尺度

操作尺度是指对空间实体、现象的数据进行处理操作时应采用的最佳尺度，不同操作尺度影响处理结果的可靠程度或准确度。

例如在右图中，图右侧为不同城市尺度下的建筑物及其街道附近的兴趣点，左侧则为基于这些兴趣点分别在街道尺度、街区尺度、区县尺度和新城旧城尺度下生成的兴趣点三维密度图。从图中可以看出，采用不同的尺度参数，分析得到的密度结果也各不相同。



- 
- 2.1 地球空间参考
 - 2.2 空间数据投影
 - 2.3 空间坐标转换
 - 2.4 空间尺度
 - 2.5 地理格网**

2.5 地理格网

当前大纲

2.5.1 地理格网标准

2.5.2 区域划分标准

2.5.3 国家基本比例尺地形图标准

2.5 地理格网

2.5.1 地理格网标准

□ 地理格网的含义和划分体系

地理格网指按一定的数学规则对地球表面进行划分而形成的格网。

按不同的坐标系统可以分为：

- ❖ 地理坐标格网（按经纬度坐标系统）
- ❖ 直角坐标格网（按直角坐标系统）

2.5 地理格网

2.5.1 地理格网标准

□ 格网系统

GB12409—2009国家标准《地理格网》规定了我国采用两种格网系统。

- ❖ 经纬坐标格网系统；
- ❖ 直角坐标格网系统。

经纬格网5级格网系统的分级

格网间隔	1°	10′	1′	10″	1″
格网名称	一度格网	十分格网	分格网	十秒格网	秒格网

直角坐标格网系统的分级

格网间隔	100000	10000	1000	100	10	1
格网名称	百公里格网	十公里格网	公里格网	百米格网	十米格网	米格网

2.5 地理格网

2.5.1 地理格网标准

□ 格网设计原则

(1) **科学性**。地理格网按照地理象限、经纬度或直角坐标进行划分，这三种格网系统可以相互转换，具有严格的数学基础。

(2) **系统性**。三种格网的分级各呈一定的比例关系，构成完整的系列，便于组成地区的、国家的或全球的格网体系。

(3) **实用性**。格网的划分，充分考虑不同用户需要及现行的测绘基础，设计了三种系统的多级格网，以满足不同精度要求，便于用户选择。

(4) **可扩展性**。格网的分级与编码设计，充分考虑了发展的需要，使得进一步细分时能在本标准的基础上进行扩充而不必改变原有的划分体系。

2.5 地理格网

2.5.2 区域划分标准

根据区域管理、规划和决策的需要，在建立区域或专业地理信息系统时，有必要将整个区域划分成若干种区域多边形，作为信息存贮、检索、分析和交换的控制单元，也可以作为空间定位的统计单元，这就要求系统设计要规定统一的区域多边形控制系统，并规定各种多边形区域的界线、名称、类型和代码。

可划分为：

- 行政分区
- 综合自然分区
- 管理分区

2.5 地理格网

2.5.2 区域划分标准

□ 行政分区

根据国家标准GB2260—2007《中华人民共和国行政区划代码》规定，

基本单元：**县级**(市辖区、地辖市和省直辖县级市、旗)

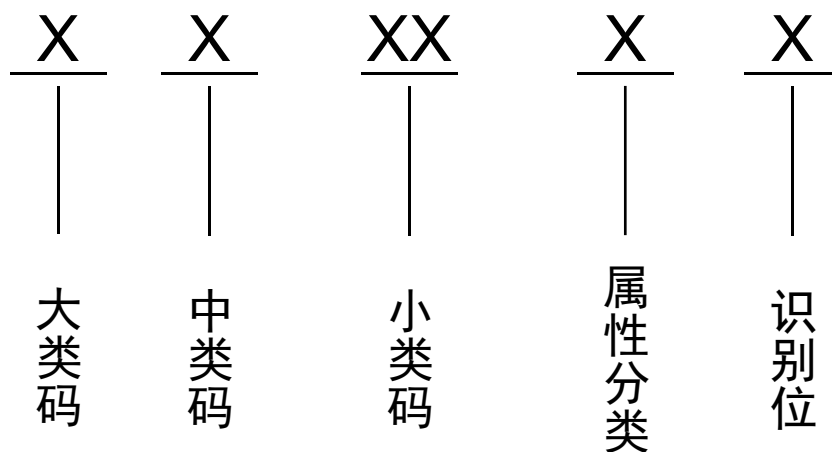
- ❖ 县(市辖区、地辖市、省直辖县级市、旗)
- ❖ 地区(州、省辖市、盟)
- ❖ 省(自治区、中央直辖市)
- ❖ 国家

2.5 地理格网

2.5.2 区域划分标准

□ 综合自然分区

根据国家标准GB/T13923—2016《国土基础信息数据分类与代码》规定，基础地理信息数据分为测量控制点、水系、居民地与建筑物、交通、管线与附属设施、境界、地貌、植被与土质等8大类，每个大类又划分为若干小类，并都分别以代码予以替代。分类代码由六位数字码组成，其结构如下：

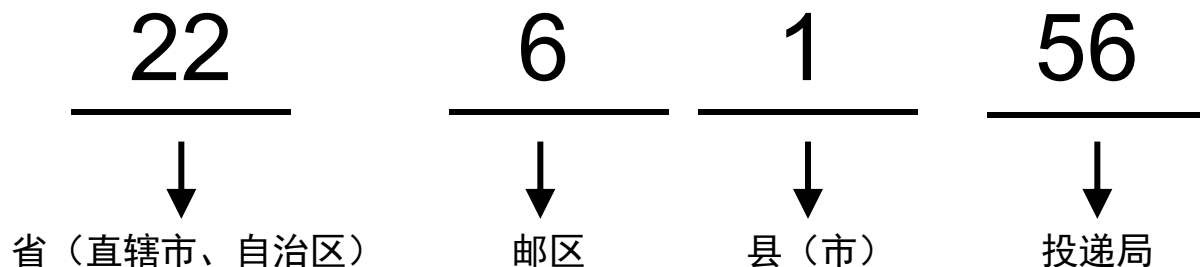


2.5 地理格网

2.5.2 区域划分标准

□ 管理分区

关于管理分区，已发布的国家标准主要有《铁路车站站名代码》(GB/T10302—2010)、《公路桥梁命名编号和编码规则》(GB/T11708—1989)等。例如邮政分区标准中，把全国邮政分为省、邮区、邮局、支局和投递局五级，并进行全国统一编码。



该邮编指：江苏省南通市海门县某投递局

2.5 地理格网

2.5.3 国家基本比例尺地形图标准

我国把**1:1万**、**1:2.5万**、**1:5万**、**1:10万**、**1:25万**、**1:50万**、**1:100万**这7种比例尺作为国家基本地图的比例尺系列。

基础地图：**地形图**

地形图的编绘具有统一的大地控制基础、统一的地图投影和统一的分幅编号；严格按照测图规范、编图规范和图式符号进行。

地形图的分幅形式：

- 矩形分幅
- 经纬线分幅

每幅图的图廓都是一个矩形，因此相邻图幅是以直线划分的。矩形的大小多根据纸张和印刷机的规格而定。

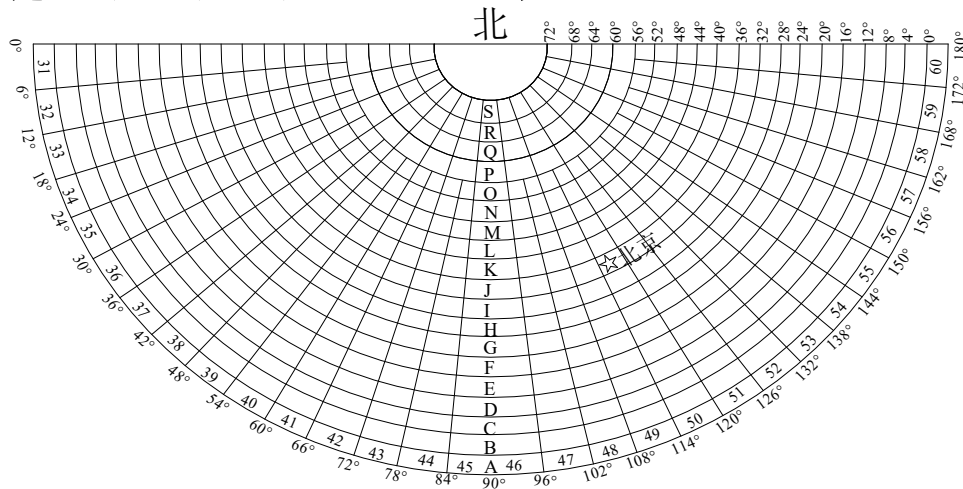
2.5 地理格网

2.5.3 国家基本比例尺地形图标准

1:100万地形图编号采用全球统一分幅编号。

□ **行数**：由赤道起向南北两极每隔纬差 4° 为一列，直到南北 88° （南北纬 88° 至南北两极地区，采用极方位投影单独成图），将南北半球各划分为**22列**，分别用拉丁字母A、B、C、D、...、V表示。

□ **列数**：从经度 180° 起向东每隔 6° 为一行，绕地球一周共有**60行**，分别以数字1、2、3、4.....60表示。



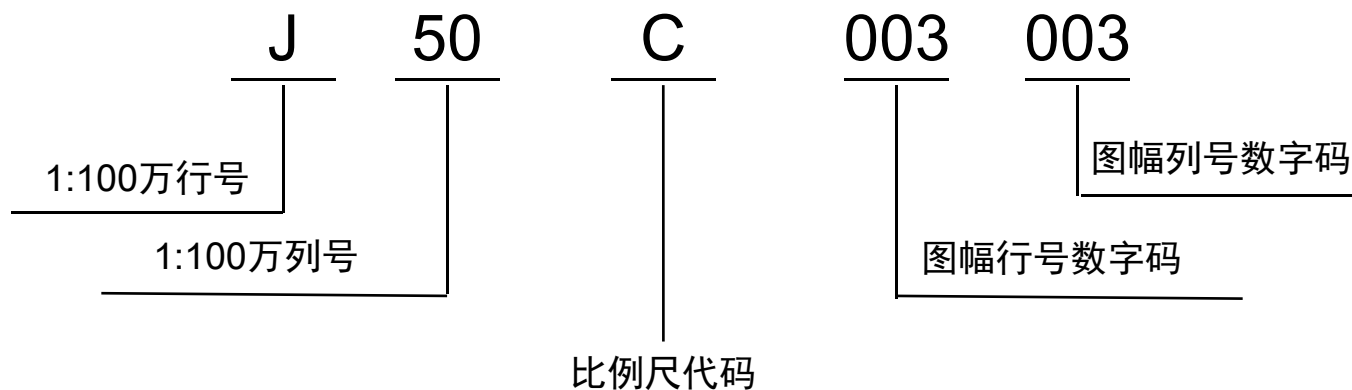
2.5 地理格网

2.5.3 国家基本比例尺地形图标准

1:100万-1:5000地形图的编号均以1:100万地形图编号为基础，采用**行列编号**的方法。

图号均由其所在1:100万地形图的图号、比例尺代码和本图幅在1:100万图中的行列号共**10位**号码组成。

比例尺	1:50万	1:25万	1:10万	1:5万	1:2.5万	1:1万	1:5000
代码	B	C	D	E	F	G	H



专业术语与思考题

专业术语

大地水准面、大地体、地球椭球、椭球定位、天文地理坐标系、大地地理坐标系、空间直角坐标系、高斯 - 克吕格平面直角坐标系、地方独立平面直角坐标系、高程基准、深度基准、地图投影、高斯—克吕格投影、通用横轴墨卡托投影、兰勃特等角投影、空间坐标转换、空间尺度、地理格网

复习思考题

一、思考题（基础部分）

- 1、地球表面、大地水准面及地球椭球体面之间的关系是什么？
- 2、地理空间数据的描述有哪些坐标系？相互的关系是什么？
- 3、采用大地坐标与地心坐标表述地面上一点的位置各有什么优缺点？
- 4、高斯投影的变形特征是什么？为什么常被用作大比例尺普通地图的地图投影？
- 5、UTM与兰伯特投影的主要特点与适用性是什么？
- 6、在数字地图中，地图比例尺在含义与表现形式上有哪些变化？
- 7、如何进行不同基准下的高程的转换？
- 8、除地形分幅外，谈谈还有何种地理空间框架？他们如何进行编码？
- 9、GPS数据如何与地图数字化数据进行集成？
- 10、选择投影需要考虑哪些因素？如果要制作1:10万的土地利用图，该选何种类型的地图投影？

复习思考题

二、思考题（拓展部分）

- 1、试说明地球表面的磁偏角什么地方等于0度、90度、180度、大于90度、小于90度。
- 2、试分析，经纬度为什么采用60进制而不是10进制？
- 3、数字地图的出现对传统地图的概念与应用方式产生哪些影响？
- 4、地图比例尺与空间分辨率之间的关系是什么？
- 5、编程实现我国1980西安坐标系和1954北京坐标系的坐标转换。